УДК 330.322.54

КРАТКОСРОЧНОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДЕЛИ С КОРРЕКЦИЕЙ[1]

СВЕТУНЬКОВ И. С.
кандидат экономических наук

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ (РОССИЯ)

Задачу прогнозирования различных социально-экономических процессов решает практически каждый экономист, вне зависимости от области его исследования: точные прогнозы нужны всем, начиная от уровня предприятий (например, прогноз рыночной конъюнктуры) и заканчивая государственным уровнем (например, прогноз темпов инфляции). На практике обычно наиболее точные прогнозы получаются с помощью адаптивных методов. Например, с помощью модели Брауна или модели Хольта можно получить достаточно точный прогноз курса валюты в краткосрочной перспективе. А с помощью метода стохастической аппроксимации можно получить хороший прогноз продаж какого-либо товара на среднесрочную перспективу [1].

Стоит заметить, что достаточно часто перед исследователем стоит задача прогнозирования именно на краткосрочную перспективу. Одним из самых популярных адаптивных методов краткосрочного прогнозирования является метод Брауна (также известный как «метод экспоненциального сглаживания»). Идея метода заключается в том, что прогнозное значение определяется через предыдущее спрогнозированное значение, но скорректированное на величину отклонения факта от прогноза:

$$\hat{Y}_{t+1} = \hat{Y}_t + \alpha\left(Y_t - \hat{Y}_t\right). \quad (1)$$

Достаточно часто эту модель представляют и в другом виде:

$$\hat{Y}_{t+1} = \alpha Y_t + (1-\alpha)\hat{Y}_t . \quad (2)$$

Однако смысл модели от этого не меняется: она в той или иной степени (в зависимости от значения коэффициента *a*) адаптируется к новой поступающей информации.

Развивая логику, положенную в основе модели Брауна, когда та корректирует свои параметры с учётом ошибки, можно попробовать не пытаясь задавать вид тенденций в ряде данных, спрогнозировать одновременно два параметра: значение $\hat{Y}_t$ и его отклонение от фактического значения: $\varepsilon_t = Y_t - \hat{Y}_t$. Наилучшим инструментом решения подобной задачи является аппарат теории функций комплексных переменных. Воспользовавшись идеей Савинова Г. В. [2] представим показатель и отклонение от него в виде комплексной переменной $Y_t + i\varepsilon_t$. Тогда и прогнозное значение этой комплексной переменной можно записать как $\hat{Y}_t + i\hat{\varepsilon}_t$.

По аналогии с моделью Брауна (2) можно получить следующую модель:

$$\begin{gathered}\hat{Y}_{t+1} + i\hat{\varepsilon}_{t+1} = (\alpha_0 + i\alpha_1)(Y_t + i\varepsilon_t) + \\ +\left((1+i)-(\alpha_0 + i\alpha_1)\right)\left(\hat{Y}_t + i\hat{\varepsilon}_t\right)\end{gathered}, \quad (3)$$

где Y_t – фактическое значение, $\hat{Y}_t$ – прогнозное, ε_t – фактическое значение корректировочного показателя, $\hat{\varepsilon}_t$ – прогнозное значение корректировочного показателя, α_0 и α_1 – постоянные сглаживания модели, *t* – номер наблюдения.

Особенности пары $Y_t + i\varepsilon_t$ позволяют расширить толкование мнимой составляющей ε_t. В самом простом случае корректировочный показатель может быть представлен как отклонение факта от прогноза (ошибка аппроксимации):

$$\varepsilon_t = Y_t - \hat{Y}_t . \quad (4)$$

Но поскольку это корректировочный показатель, то степень корректировки также может быть различной в зависимости от поставленных задач. И вообще корректировочный показатель может быть никак и не связан с отклонением фактических значений от расчётных. Ничто не мешает исследователю задавать его какой-нибудь функцией (например, $\varepsilon_t = f(t)$) или константой ($\varepsilon_t = const$), если будет решено, что целесообразней задать его так и никак иначе. Одна-

[1] Работа выполнена в рамках Международного гранта РГНФ-НАН Украины № 10-02-00716 а/U «Модели оценки неравномерности и цикличности динамики социально-экономического развития регионов Украины и России».

ко в этой статье мы рассмотрим самый простой случай, когда корректировочный показатель выступает как аналог ошибки аппроксимации (4).

С учётом свойств комплексных переменных, модель (3) может быть сведена к следующей системе действительных уравнений:

$$\begin{cases} \hat{Y}_{t+1} = \left(\alpha_0 Y_t + (1-\alpha_0)\hat{Y}_t\right) - \left(\alpha_1 \varepsilon_t + (1-\alpha_1)\hat{\varepsilon}_t\right) = \\ \quad = \left(\hat{Y}_t^0\right) - \left(\hat{\varepsilon}_t^1\right) \\ \hat{\varepsilon}_{t+1} = \left(\alpha_0 \varepsilon_t + (1-\alpha_0)\hat{\varepsilon}_t\right) + \left(\alpha_1 Y_t + (1-\alpha_1)\hat{Y}_t\right) = \\ \quad = \left(\hat{\varepsilon}_t^0\right) + \left(\hat{Y}_t^1\right) \end{cases} \quad (5)$$

Из (5) видно, что прогнозное значение $\hat{Y}_{t+1}$ определяется как некоторое спрогнозированное значение $\hat{Y}_t^0$, найденное методом Брауна, скорректированное на некоторую также спрогнозированную методом Брауна величину $\hat{\varepsilon}_t^1$. В свою очередь прогнозное значение корректировочного показателя $\hat{\varepsilon}_{t+1}$ определяется также двумя составляющими, найденными тем же самым методом Брауна, только путём их сложения: спрогнозированный корректировочный показатель $\hat{\varepsilon}_t^0$ и прогнозное значение $\hat{Y}_t^1$. Здесь верхние индексы «0» и «1» указывают на то, какое значение a из двух используется при расчёте данных значений (a_0 или a_1).

Очевидно, что в модели (3) прогнозные значения формируются через предыдущие фактические с некоторыми комплексными весами, заданными по алгоритму, похожему на экспоненциальное сглаживание в методе Брауна, но несколько более сложному. Ряд этих комплексных весов будет сходиться к некоторому числу $S = \dfrac{\left(\alpha_0^2 - \alpha_1 + \alpha_1^2\right) + i\left(\alpha_0\right)}{\alpha_0^2 + \left(1-\alpha_1\right)^2}$ при выполнении условия [3, с. 17 – 20]:

$$1-\sqrt{1-\left(1-\alpha_0\right)^2} < \alpha_1 < 1+\sqrt{1-\left(1-\alpha_0\right)^2}, \quad 0 < \alpha_0 < 2. \quad (6)$$

Перейдём теперь к изучению особенностей построения и использования модели с коррекцией (3) на условных и реальных примерах.

В первом примере для ряда данных, построенного по функции: $Y_t = 5 \cdot \sin(t)$ – состоящего из 20 наблюдений ($t = 1, 2, ..., 20$), было подобрано (с помощью функции MS Excel «Поиск решения» по критерию «минимизация квадратов отклонений расчётных значений от фактических») значение комплексного коэффициента сглаживания $\alpha_0 + i\alpha_1$. Оно получилось равным $0{,}92 + 0{,}08i$, условия сходимости ряда (6) выполняются, ряд сходится к числу $S = 0{,}46 + 0{,}54i$. При этом модель спрогнозировала ряд данных с высочайшей точностью: коэффициент детерминации R^2 составил 0,9956, средняя ошибка аппроксимации A — 3,02%, коэффициент соответствия [4] C — 97,18%. График с условными данными и полученной моделью представлен на рис. 1.

Стандартный метод Брауна в лучшем случае для такого ряда даёт лишь результат с «запаздыванием». Стоит заметить, что в то время как в других моделях (различных модификациях метода Брауна) требуется априорное задание вида тенденции в ряде данных, модель (3) таких предположений не требует, что следует оценить как важное преимущество предложенной модели по сравнению с существующими.

В случае с условным примером и линейной тенденцией точного соответствия модели с коррекцией и фактических значений уже нет, тем не менее, модель с коррекцией на условном примере описала ряд данных, сгенерированных линейной функцией: $y = 2t + 15$ (рис. 2) лучше, чем модель Брауна ($\alpha = 1{,}64$). По модели (3) были получены следующие значения коэффициентов, характеризующих степень аппроксимации: $R^2 = 0{,}9965$, $A = 2{,}44\%$, $C = 97{,}62\%$, в то время как по модели Брауна: $R^2 = 0{,}9935$, $A = 4{,}44\%$, $C = 95{,}62\%$.

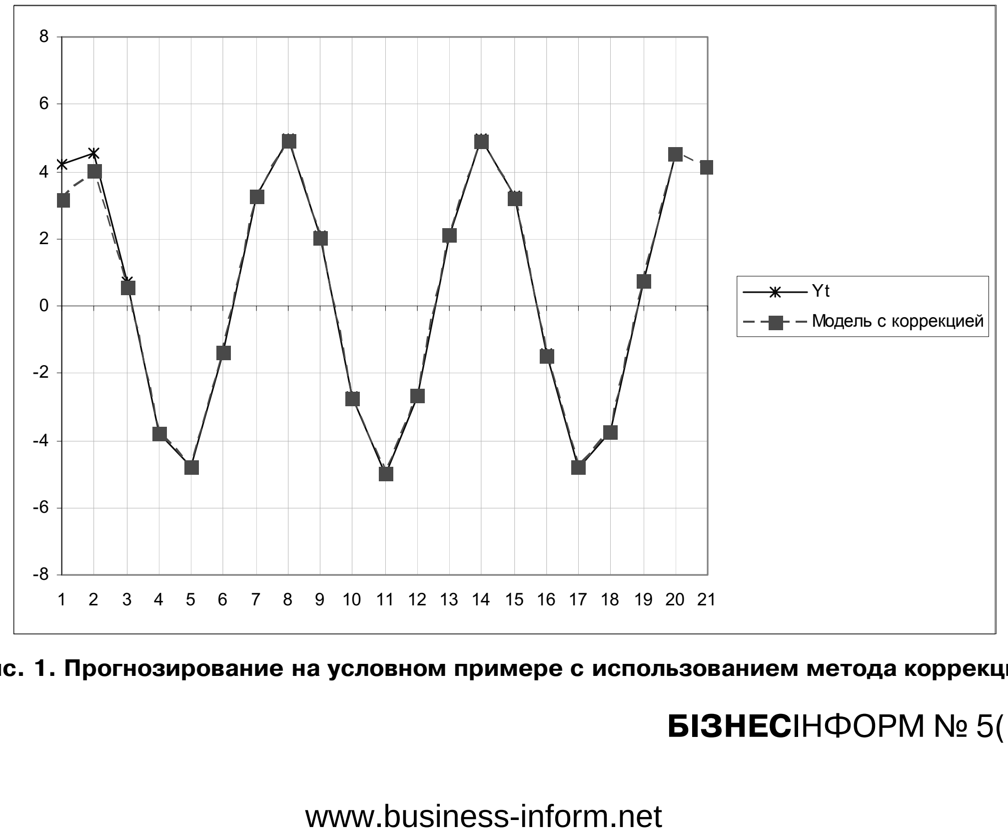

Рис. 1. Прогнозирование на условном примере с использованием метода коррекции.

Перейдём от условных примеров, подтверждающих принципиальную возможность использования на практике модели с коррекцией и демонстрирующих её свойства, к реальным данным. В нашем распоряжении имеются данные по величине генерации электроэнергии ветровыми установками одного из штатов США. На рис. 3 показана часть ряда данных и значения, рассчитанные по этому ряду с использованием метода Брауна и метода коррекции.

В случае с методом Брауна *a* получился равен 0,28, что говорит о том, что модель медленно адаптируется к поступающей информации. Средняя относительная ошибка аппроксимации *A* в этом случае составила 7,54%, коэффициент детерминации R^2 – 0,1485, коэффициент соответствия *C* – 94,22%. Эти показатели свидетельствуют о том, что модель в целом неплохо описывает и прогнозирует ряд ветрогенерации.

В случае с методом коррекции оптимальное значение комплексного коэффициента сглаживания равно $\alpha_0 + i\alpha_1 = 0{,}59 + 1{,}00i$, ряд сходится к $S = 1{,}01 + 1{,}78i$, средняя относительная ошибка аппроксимации *A* составила 5,06%, коэффициент детерминации $R^2 = 0{,}6051$, коэффициент соответствия *C* = 95,68%. По этим показателям, да и по графику, видно, что результаты прогноза методом коррекции получаются более точными, нежели с использованием метода Брауна.

Стоит обратить внимание на то, что модель с коррекцией отличается от всех существующих моделей краткосрочного прогнозирования тем, что улавливает тенденции в рядах данных и позволяет описывать их. По рис. 3 видно, что в то время как модель Брауна всё время «запаздывает», модель с коррекцией «предугадывает» динамику ряда.

Для более подробного изучения прогнозных свойств модели (3), был проведён следующий эксперимент. Был взят ряд данных по мировым прода-

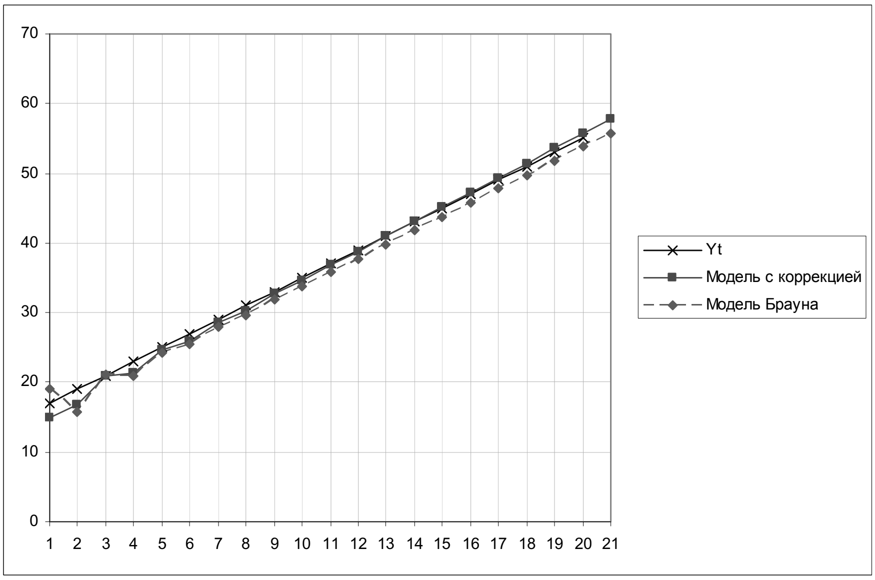

Рис. 2. Линейная функция *y* = 2*t* +15 и её моделирование методом коррекции (3) и методом Брауна (1).

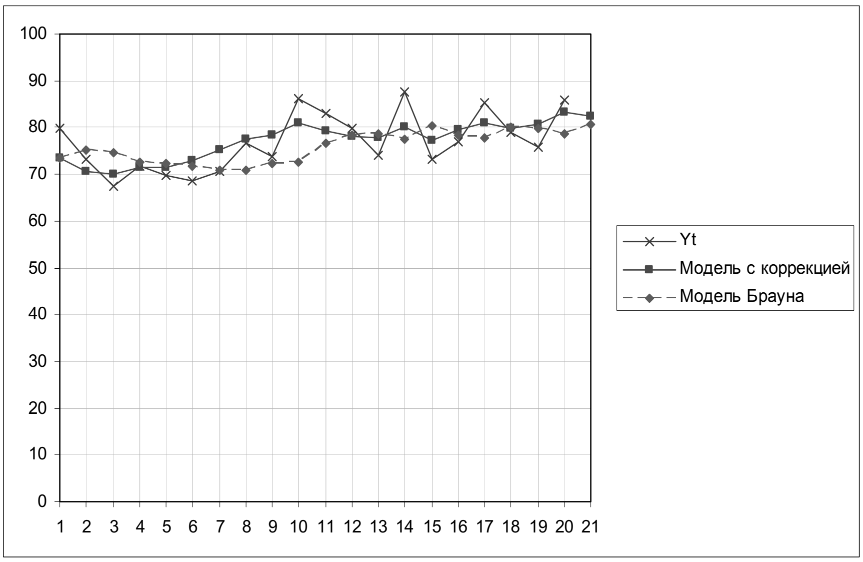

Рис. 3. Прогнозирование ветрогенерации США методом Брауна (1) и методом коррекции (3)

жам гибридных автомобилей [5], затем разбит на несколько частей, и для каждой из них были построены модель с коррекцией, модель Брауна, модель Хольта и модель Хольта-Уинтерса. После этого были получены прогнозы по каждой из моделей на одно наблюдение вперёд. Далее для того чтобы оценить полученные прогнозы, полученные значения сравнивались с фактическими на этом наблюдении. Полученные прогнозы представлены в табл. 1. Лучшие прогнозы в таблицах выделены курсивом.

Подбор коэффициентов для всех моделей осуществлялся функцией MS Excel «Поиск решения» по критерию «минимизация суммы квадратов отклонений расчётных значений от фактических».

Как видим, модель с коррекцией в большинстве случаев дала лучший прогноз (табл. 1). Только на одном участке лучший прогноз дала модель Хольта-Уинтерса. Вообще ряд автомобильных продаж обладает некоторой сезонностью и ожидалось, что лучший прогноз во всех случаях будет получен именно по модели Хольта-Уинтерса, но проблема этой модели заключается в том, что периодичность сезонной составляющей меняется во времени, из-за чего и сезонные параметры не поспевают за этими изменениями. В этих условиях модель с коррекцией, которая не предполагает априорного задания каких-либо тенденций, даёт лучший прогноз.

После проведённых дополнительных исследований модели с коррекцией выяснилось, что, если корректировочный коэффициент считать по формуле (4), учитывающей отклонение факта от прогноза, модель становится очень чувствительной к первоначальным условиям и выбранному значению комплексного коэффициента сглаживания. Так изменение любого из этих параметров хотя бы на одну сотую может существенно изменить прогнозные свойства модели (как в лучшую, так и в худшую сторону). Поэтому к выбору начального значения $\hat{Y}_0 + i\hat{\varepsilon}_0$ и комплексного коэффициента сглаживания в этом случае надо подходить очень внимательно – при правильном их задании можно добиться более точного прогноза.

Подводя итог, следует сделать вывод о том, что модель с коррекцией прогноза может быть использована в практике прогнозирования социально-экономической динамики. В некоторых случаях этой модели следует отдать предпочтение перед другими моделями. Важным преимуществом модели (3) по сравнению с другими модификациями модели Брауна является то, что она не требует априорного задания вида тенденции. ■

ЛИТЕРАТУРА

1. **Светуньков С. Г., Светуньков И. С.** Методы социально-экономического прогнозирования: Учебник для вузов. Том 1. – СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 2009.

2. **Савинов Г. В., Светуньков С. Г.** Комплексные переменные в экономическом анализе и моделировании // Известия Санкт-Петербургского государственного университета экономики и финансов.– 2006.– № 4.

3. Модели оценки, анализа и прогнозирования социально-экономических систем. Монография / Под ред. Т. С. Клебановой, Н. А. Кизима. – Х.: ФЛП Павленко А. Г.; ИД «ИНЖЭК», 2010.

4. Светуньков И.С. Альтернативные показатели оценки адекватности математических моделей // Информационные технологии в системе социально-экономической безопасности России и её регионов: Сборник трудов II Всероссийской научной конференции, Казань, 20 – 23 октября 2009 г / Под ред. И. Н. Голицыной – Казань: ТГГПУ, 2009.

5. http://www.marklines.com/ – данные по мировым продажам автомобилей.

Таблица 1.

Краткосрочный прогноз мировых продаж гибридных автомобилей по моделям с коррекцией, Брауна, Хольта и Хольта-Уинтерса.

№ участка	1	2	3	4
Фактическое значение	23,8	29,8	36,5	28,2
Модель с коррекцией прогноза				
Оптимальное значение $\alpha_0+i\alpha_1$	*0,493+1,002i*	*0,359+0,985i*	*0,431+0,990i*	0,305+0,978i
Сумма ряда весов S	*1,006+2,028i*	*0,882+2,775i*	*0,948+2,320i*	0,769+3,262i
Прогнозное значение	*26,06*	*31,08*	*40,33*	26,66
Относительная ошибка	*9,51%*	*4,28%*	*10,49%*	5,47%
Модель Брауна				
Оптимальное значение	1,215	1,002	0,489	0,935
Прогнозное значение	26,57	34,81	42,99	29,3
Относительная ошибка	11,64%	16,80%	17,79%	3,89%
Модель Хольта				
Оптимальное значение α_1; α_2	1,208; -0,022	0,905; -0,035	0,659; -0,072	0,935; 0,000
Прогнозное значение	26,55	34,91	42,92	29,61
Относительная ошибка	11,54%	17,16%	17,59%	5,02%
Модель Хольта-Уинтерса				
Оптимальное значение α_1; α_2; α_3	0,679; -0,045; 0,269	0,181; 0,183; 1,073	0,777; -0,083; 0,954	*-0,001; 63,039; 0,724*
Прогнозное значение	21,46	42,23	43,16	*28,04*
Относительная ошибка	9,84%	41,70%	18,23%	*0,56%*