

## ФОРМАЛІЗАЦІЯ ЗАГАЛЬНОЇ МОДЕЛІ ЕКОНОМІЧНОЇ ВЗАЄМОДІЇ

СОКОЛОВСЬКИЙ Д. Б.

кандидат економічних наук

Донецьк

Головною ідеєю пропонованого матеріалу є формалізація моделі взаємовідносин типу «принципал – агент» загального вигляду. Для цього проведено формальне уточнення низки категорій, що є підґрунтям для окреслення цієї моделі: норми, угоди, індивідуальної та взаємної поведінки економічних агентів.

Термінологічні проблеми щодо категорій норми, угоди тощо піднімалися, зокрема, в [1 – 6]. При цьому в більшості джерел під нормою, згідно з її визначенням, позиціонується норма індивідуальної поведінки, тобто такої, що окреслює правила поведінки для суб'єкта в [економічному] середовищі. Взаємна поведінка згадується Кроуфорд і Остром у [2] і частково (з посиланням знову таки на [2]) – Олейником у [4].

При цьому визначення зазначених категорій часто даються відірвано одне від одного, не в системі, а відтак і досліджуються окремо, без взаємного зв'язку. У цьому випадку проявляється корисність математичного апарату, який дозволяє, не переймаючись зовнішніми відмінностями понять, виявляти їхню внутрішню – змістовну подібність. Приклади праць, у яких для опису нормативного простору застосовується досить потужний математичний інструментарій відомі (див., напр., [2; 7; 8]), але досить нечисленні, тому *метою* пропонованого дослідження є прагнення заповнити цей термінологічно-методичний пробіл.

Зазначена мета диктує інструментарій дослідження: потреба у точних і формальних визначеннях спричиняє застосування апарату математичної економіки, а необхідність в окресленні норм (й інших категорій взаємної поведінки) – до використання теоретико-ігрових підходів – на доповнення до мови теорії множин і булевої алгебри. При цьому зауважимо, що теоретико-ігровий підхід надає можливість акцентувати дослідження на нормах, що виникають при взаємодії контрагентів – *предметі* даного дослідження.

Вважаємо, що поняття норми ґрунтується на понятті поведінки, тому розпочнемо визначення саме з цього поняття.

**Індивідуальна поведінка.** Попри те, що термін «поведінка» часто-густо використовується в різноманітних дослідженнях, чітко та формально його визначення зустріти не так уже і легко (хоча не можна не відзначити праць нобелівських лауреатів Герберта Саймона [9, 10], Дугласа Норта [3], Олівера Вільямсона [11] та інших, що вже давно стали класикою).

Проте, зважаючи на контексти, в яких використовується це поняття, під поведінкою природно розуміти реакцію системи на поточні зовнішні впливи, а формальніше – оператор перетворення попереднього стану системи, чинних впливів, зокрема, управлінських і випадкових, а також фактора часу в поточний стан системи:

$$s(t) = f(s(t-1), x(t), t), \quad (1)$$

де  $s(t)$  – стан системи в момент  $t$ ;

1.  $f$  – оператор (функція) перетворення стану системи;
2.  $x(t)$  – поточний вплив на систему,

$$x(t) = u(t) \cup \xi(t);$$

3.  $u(t)$  – поточний управлінський вплив на систему;
4.  $\xi(t)$  – поточний випадковий вплив на систему;
5.  $t$  – поточний момент часу,  $t > 0$ .

Очевидно, що в такому вигляді поведінка системи нічим не відрізняється від, наприклад, її функціонування (тобто використання певної функції), що означає синонімічність понять «поведінка» і «функціонування». Тому в загальному випадку якимось чином поводитися можуть і, скажімо, технічні системи. Проте, в економічній галузі, зазвичай, йдеться про поведінку «живих» систем, тобто або індивідів, або організацій, які складаються з індивідів. Характерною рисою індивіда є спроможність вибирати серед наявних у нього варіантів, а позаяк, людина є системою кінцевою, кількість варіантів теж є кінцевою (принаймні, не континуальною). На цій підставі при розгляді «живих» систем поведінку доцільно ототожнювати саме з вибором (хоча з формального погляду це і не принципово). Поза тим, природно звузати властивості множини  $s(t)$ , запостулювавши її потужність як, максимум, злічену:  $\|s(t)\| \leq \aleph_0$ .

Слід зазначити, що вибір може бути одно- чи багаторазовим – повторювальним, а отже і поведінку можна сприймати і як локальний акт, і як послідовність виборів, причому в загальному випадку вибір на певному кроці залежить від усіх виборів на попередніх кроках. Формально ситуація у цьому випадку матиме вигляд:

$$s(t) = f(\overline{(s(\tau))}_{\tau=t_0, t_0+1, \dots, t-1}, x(t), t). \quad (1')$$

Для багаторазового вибору

$S(t): S(t) = (\overline{s(\tau)})_{\tau=t_0, t_0+1, \dots, t}$  іноді природніше застосовувати термін «поводження».

Уточнимо, що економічна поведінка – це індивідуальна поведінка, елементи області визначень якої мають економічний характер.

**Взаємодія – взаємозалежна поведінка**, тобто така ситуація, коли кожний із взаємодіючих суб'єктів, роблячи на певному кроці вибір, враховує, крім усіх характерних для індивідуальної поведінки чинників, також фактичний і потенційний вибір свого візаві:

$$s_i(t) = f\left(\overline{(s_j(\tau))}_{j=1, 2, \dots, N; \tau=t_0, t_0+1, \dots, t-1}, x(t), t\right), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2)$$

де  $s_i(t)$  – стан  $i$ -го системи в момент  $t$ .

Поза тим, під взаємодією розумітимемо також взаємний вплив (без видимої дії), бо вплив може розглядатися як передача інформації, а значить – як дія з передачі інформації.

**Норма.** Норму можна розглядати, як нормовану поведінку, тобто таку, де так само наявний вибір серед множини альтернативних варіантів, але певна підмножина цих варіантів позначається, як нормальна, а решта – як аномальна. Тому доцільно спростити формальний запис (без втрати змістовності), постулюючи норму як пару пар:

- {норма; вартість дотримання норми};
- {не-норма; вартість недотримання норми}.

**Угода.** Весь процес угоди можна поділити на 2 послідовні етапи: укладання угоди (етап *ex ante*) і виконання угоди (та контроль за ним) (етап *ex post*).

Будь-яка угода є угодою про **обмін благами**. Угода передбачає передачу однією стороною іншій і навпаки певного набору благ заданої кількості та якості. Тобто маємо обмін трійками:

$$\{x_{1i}; quan_{1i}; qual_{1i}\}_{i \in \dots, N_1} \Leftrightarrow \{x_{2j}; quan_{2j}; qual_{2j}\}_{j \in \dots, N_2}. \quad (3)$$

Найчастіше, зважаючи, що функція корисності кожного із суб'єктів угоди є монотонно зростаючою відносно величин *quan* і *qual*, угоду (1) можна задати у вигляді:

$$\{x_{1i}; \geq quan_{1i}; \geq qual_{1i}\}_{i \in \dots, N_1} \Leftrightarrow \{x_{2j}; \geq quan_{2j}; \geq qual_{2j}\}_{j \in \dots, N_2}. \quad (3')$$

Можуть задаватися і більш складні залежності, скажімо, ті, що враховують зв'язок між *quan* і *qual*, наприклад:

$$\forall i: i \in 1 \dots N_1: g(quan_{1i}, qual_{1i}) \geq g_{1i}^0; \\ \forall j: j \in 1 \dots N_2: g(quan_{2j}, qual_{2j}) \geq g_{2i}^0.$$

**Виконання угоди та контроль за виконанням (етап *ex post*).** Процес виконання угоди та контроль за її виконанням передбачає функції ідентифікації кожної зі сторін результату дотримання угоди (множини трійок із (1), (1'), чи (2)) іншою стороною, тобто детерміновану (а швидше, стохастичну функцію – розподіл) множин трійок залежно від реальної множини трійок. Також значення цієї функції залежать від ефективності ідентифікації суб'єкта, вкладеного ним в ідентифікацію ресурсу, а також – ефективності іншого суб'єкта з дизайну власного результату та вкладеного ним у це ресурсу.

**Санкції.** Також в угоді мусять бути передбачені санкції: зменшення переданих благ однією стороною у відповідь на не[до]виконання своїх обов'язків іншою. Відтак ми приходимо до необхідності подання (1) чи (1') у вигляді залежності між лівою та правою частинами:

$$f(X_1, X_2), X_1 = (x_{1i})_{i \in \dots N_1}, X_2 = (x_{2j})_{j \in \dots N_2},$$

$$\text{де } X_1 = (x_{1i})_{i \in \dots N_1}, X_2 = (x_{2j})_{j \in \dots N_2}.$$

За такої форми подачі угоди зникає потреба у введенні поняття «санкції», бо санкції очевидним образом вписуються в загальний вигляд угоди.

**Угода про найм.** Головним питанням вибору для принципала є: чи виконувати необхідну роботу самотужки, чи найняти для її виконання агента і виступити в ролі замовника? Самостійно принципал може виконувати роботу з ефективністю  $\alpha$ , отримавши дохід  $R_{Pr}(\alpha, x)$ , витративши ресурс  $x$ , тобто залишившись із прибутком  $R_{Pr}(x) = R_{Pr}(\alpha, x) - x$ , а може найняти агента, який виконає роботу з ефективністю  $\beta$ , отримавши дохід  $R_{Ag}(\beta, y)$ , витративши при цьому ресурс  $y$ . У цьому випадку прибуток принципала дорівнюватиме доходу, отриманому агентом, тобто  $R_{Pr}(y) = R_{Ag}(\beta, y)$ , а сумарний прибуток обох сторін  $R_{Pr}(y) + R_{Ag}(\beta, y) = P(y) = R(\beta, y) - y$ .

Дохід принципала і агент розділять у пропорції  $\frac{\tau}{1-\tau}$ , ( $0 < \tau < 1$ ), тобто

$$\begin{aligned} &\text{принципал отримає } \tau R_{Ag}(\beta, y), \\ &\text{агент } - (1 - \tau) R_{Ag}(\beta, y) - y. \end{aligned} \quad (4)$$

Можливий варіант угоди про найм, коли витрати у на роботу агента несе принципал. У такому випадку розподіл доходу виглядатиме таким чином:

$$\begin{aligned} &\text{принципал отримує } \tau R_{Ag}(\beta, y) - y, \\ &\text{агент } - (1 - \tau) R_{Ag}(\beta, y). \end{aligned} \quad (5)$$

Якщо розподіляється не дохід, а прибуток, витрати є спільними, і сторони отримують кожна таке:

$$\begin{aligned} &\text{принципал: } \tau (R_{Ag}(\beta, y) - y), \\ &\text{агент: } (1 - \tau) (R_{Ag}(\beta, y) - y). \end{aligned} \quad (6)$$

Вважатимемо, що агент є ефективнішим за принципала (що природно: який сенс принципалу наймати менш кваліфікованого за себе агента?), тобто  $\alpha < \beta$ . Тоді при  $x = y$   $R_{Pr}(\alpha, x) < R_{Ag}(\beta, y)$ , а при  $R_{Pr}(\alpha, x) = R_{Ag}(\beta, y)$   $x > y$ , тобто в загальному вигляді:

$$R_{Pr}(\alpha, x) - x < R_{Ag}(\beta, y) - y. \quad (7)$$

**Урахування опортуністичної поведінки.** Зазвичай, принципал, наймаючи агента, сподівається на отримання від цього певного мінімального рівня доходу (наприклад, не менше за величину доходу, яку він спроможний забезпечити власними силами). Тому при укладанні угоди однією із задач принципала є стимулювання агента працювати більш-менш продуктивно. Цьому може сприяти функція розподілу доходів від продукування агентом блага, яка має принципово різний вигляд, якщо реальний дохід більший (неопортуністична поведінка) або менший за мінімальний (опортуністична поведінка). Розподіл доходів при неопортуністичній поведінці має вигляд (4), (5) чи (6) або їх узагальненням. Наприклад, для варіанта (4) отримуємо:

$$\begin{aligned} R \geq R_0 &\Rightarrow Pr: \tau R_{Ag}(\beta, y); \\ &Ag: (1 - \tau) R_{Ag}(\beta, y), \end{aligned} \quad (8)$$

де  $R_0$  – мінімальна величина доходу, який мусить принести агент принципалу;

6.  $R$  – фактична величина доходу, принесеного агентом принципалу.

При цьому  $\tau$  може бути константою, як у (4), а може – функцією, залежною від  $R - R_0$ : пропорційною, поліноміальною, експоненційною тощо.

Для опортуністичної же поведінки вводиться додаткова функція, що залежить від  $R - R_0$ , яка являє собою санкції за недовиконання мінімального рівня доходу:

$$\begin{aligned} R \leq R_0 &\Rightarrow Pr: \tau R_{Ag}(\beta, y) + \gamma(R, R_0); \\ &Ag: (1 - \tau) R_{Ag}(\beta, y) - \gamma(R, R_0), \end{aligned} \quad (9)$$

де  $\gamma$  – санкції, наприклад, функція, пропорційна, поліноміальна, експоненційна чи якась інша монотонно зростаюча від величини  $R - R_0$ .

Природною умовою для цієї функції є умова  $\gamma(R_0, R_0) \equiv 0$ , що дозволяє використовувати заміни строгого рівняння  $R < R_0$  на нестроге  $R \leq R_0$ .

У такому вигляді функція угоди цілком відповідає розподілу коштів, наприклад, у задачі *tax evasion*.

Отже, процес виконання угоди про найм відображається 7 станами:

- 1) угода – функція перерозподілу благ після їх виробництва;
- 2) початковий стан – кількість благ агента;
- 3) стан після виробництва блага і його розподілу (точка зору агента) – різниця між виробленими та витраченими благами ( $\Delta$  благ);
- 4) перерозподіл благ агентом згідно з угодою;
- 5) ідентифікація зміненого стану (точка зору принципала);
- 6) узгодження точок зору агента та принципала;
- 7) остаточний перерозподіл благ.

**В**изначення недотримання норми з подальшим присвоєнням відповідної вартості передбачає в загальному випадку процедуру ідентифікації поточної ситуації. Очевидно, що ідентифікація та розподіл виграшу є функціями іншого суб'єкта, порівняно з тим, з яким пов'язується [не]дотримання норми.

Зауважимо, що за зазначеного підходу визначення норми співпадає з наведеним вище визначенням угоди про найм. В економічній площині це виглядає таким чином:

1-а сторона угоди (виконавець) зобов'язується продукувати благо, дотримуючись обумовлених характеристик блага або роботи;

2-а сторона угоди (замовник) зобов'язується здійснити оплату виробництва блага (отримавши його у свою власність) згідно обумовленим нормативам.

Така оплата, зокрема, може означати, наприклад, що при невідповідності характеристик продукованого блага обумовленим характеристикам оплата буде від'ємною (і фактично означатиме штрафні санкції).

Крім того, 2-а сторона (замовник) отримує право оцінювання якості роботи 1-ї сторони (виконавця) теж у відповідності до обумовлених нормативів – право контролю.

Щоби визначити, чи дотримується угоди агент, принципалу потрібно здійснювати контроль його діяльності. Ступінь контролю оцінюватимемо величиною витраченого на це ресурсу ( $\pi$ ), а його ефективність –

імовірністю правильного висновку, яка, очевидно, залежить від  $\pi$ .

Задля зручності використовуватимемо позначення  $p$  для ймовірності ідентифікації фактичного ухилення агента від дотримання угоди, а позначення  $q$  – для ймовірності ідентифікації фіктивного ухилення від дотримання угоди.

Агент спроможний потенційно зменшити ймовірності  $p$  і  $q$ , витративши ресурс на презентацію виконання угоди ( $\mu$  – при фактичному дотриманні угоди;  $\nu$  – при фактичному ухиленні від її виконання, позаяк у кожному з випадків це будуть різні стратегії: «дизайн» – підкреслення реального стану речей, та «маскування» – намагання приховати реальний стан речей.

Представимо окреслений вище процес у матричній формі *табл. 1* (1-а сторона – агент, 2-а сторона – принципал).

Агент	Частка блага	
	принципала	агента
дотримується угоди	$(1 + q(\mu, \pi)) \times \times(1 + \gamma)\tau R - \pi$	$(1 - (1 + q(\mu, \pi)) \times \times(1 + \gamma)\tau)R - \mu$
не дотримується угоди	$p(\pi, \nu)(1 + \gamma) \times \times\tau R - \pi$	$(1 - p(\pi, \nu)) \times \times(1 + \gamma)\tau)R - \nu$

(10)

**Угода загального вигляду про обмін благами.** Угода про найм за своєю суттю є несиметричною: контрагенти виконують різні ролі (замовник і виконавець). Узагальнення різних видів угод передбачає відхід від обов'язкової несиметричності стосунків. Навпаки, у загальному вигляді ці стосунки є геть симетричними, а несиметричними їх робить звуження функцій одного чи обох контрагентів (як у контракті про найм).

Отже, у загальному випадку кожен із контрагентів може вкладати наявний у нього ресурс у три сфери:

- 1) виконання зобов'язань за угодою;
- 2) дизайн власної діяльності;
- 3) контроль діяльності візаві.

Нехай агенти мають

	Агент1	Агент2		Агент1	Агент2
Наявні ресурси	$r_1$	$r_2$			
витрати на			ефективність		
виконання зобов'язань	$x_1$	$x_2$	виконання зобов'язань	$\alpha_1$	$\alpha_2$
дизайн	$d_1$	$d_2$	дизайну	$\beta_1$	$\beta_2$
контроль	$c_1$	$c_2$	контролю	$\gamma_1$	$\gamma_2$

При цьому вірно:  $x_1 + d_1 + c_1 \leq r_1$ ;  $x_2 + d_2 + c_2 \leq r_2$ .

Доволі поширений випадок залежностей ефективності від інвестованих ресурсів:

$$\alpha_1 = \alpha_1(x_1) = A(1 - e^{-\lambda x_1}); \quad \alpha_2 = \alpha_2(x_2) = A(1 - e^{-\lambda x_2});$$

$$\beta_1 = \beta_1(d_1) = A(1 - e^{-\mu d_1}); \quad \beta_2 = \beta_2(d_2) = B(1 - e^{-\mu d_2});$$

$$\gamma_1 = \gamma_1(c_1) = 1 - e^{-\nu c_1}; \quad \gamma_2 = \gamma_2(c_2) = 1 - e^{-\nu c_2}.$$

Тоді враження від діяльності першого і другого контрагентів становитимуть:

$$E_1 = \frac{\alpha_1(x_1) \cdot \beta_1(d_1)}{\gamma_1(c_1)}, \quad E_2 = \frac{\alpha_2(x_2) \cdot \beta_2(d_2)}{\gamma_2(c_2)}. \quad (10)$$

Отже, запропонована в доповіді формалізація низки базових інституціональних категорій, зокрема, норми й угоди, здійснена за допомоги математичного апарату теорії множин і теорії ігор, дозволила уточнити визначення цих понять, а також продемонструвати змістовний зв'язок між ними.

Було виведено ланцюжок логічно пов'язаних понять: поведінки агентів, індивідуальної та взаємної; норми індивідуальної та взаємної; угоди про найм і загального вигляду. Врешті, це дозволило формалізувати загальну модель взаємовідносин типу «принципал – агент» з урахуванням витрат на контроль діяльності агента з боку принципала, витрат агента на сумлінне виконання своїх функцій або на маскування несумлінного їх виконання, можливості залучення сторонами додаткових виконавців: контролера з боку принципала та дизайнера (промоутера) з боку агента.

Використання ігрової форми представлення норми дозволило органічно ввести у визначення норми опис опортунізму та санкцій за нього.

Отримані результати можуть бути використані при аналізі реальних економічних угод, а також при проведенні теоретичних досліджень у таких напрямках, як теорія угод і теорія принципала й агента. ■

## ЛІТЕРАТУРА

1. **Norme / Arnaud A.**– J. (éd.) Dictionnaire encyclopédique de théorie et de sociologie du droit. Paris : L.G.D.J., 1993. – 800 p.
2. **Crawford S.** Grammar of Institutions / S. Crawford, E. Ostrom // American Political Science Review. – 1995. – Vol. 89. – № 3. – P. 582 – 600.
3. **Норт Д.** Інституції, інституційна зміна, функціонування економіки / Д. Норт. – К. : Основи, 2000. – 200 с.
4. **Олейник А. Н.** Інституціональна економіка / А. Н. Олейник. – М. : Инфра-М, 2000. – 416 с.
5. **Шаститко А.** Механізм забезпечення соблюдения правил (економічний аналіз) / А. Шаститко // Вопросы экономики. – 2002. – № 1. – С. 32 – 49.
6. **Шаванс Б.** Типы и уровни правил в организациях, институтах и системах / Б. Шаванс // Вопросы экономики. – 2003. – № 6. – С. 4 – 21.
7. **Нельсон Р.** Эволюционная теория экономических изменений / Р. Нельсон, С. Уинтер. – М. : Финстатинформ, 2000. – 474 с.
8. **Фуруботн Э. Г.** Институты и экономическая теория: достижения новой институциональной экономической теории / Э. Г. Фуруботн, Р. Рихтер. – СПб. : Издат. дом Санкт-Петербург. гос. ун-та, 2005. – 736 с.
9. **Simon H. A.** Theories of Decision-Making in Economics and behavioral Science / H. A. Simon // American Economic Review. 1959. – Vol. 49, No. 3. – P. 253 – 283.
10. **Саймон Г. А.** Рациональность как процесс и продукт мышления / Г. А. Саймон // THESIS. – 1993. – Вып. 3. – С. 16 – 38.
11. **Уильямсон О.** Поведенческие предпосылки современного экономического анализа / О. Уильямсон // THESIS. – 1993. – Вып. 3. – С. 39 – 49.