

## ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗАЛЕЖНОСТІ ІНТЕНСИВНОСТІ ПРИПЛИВУ ІНВЕСТИЦІЙ ВІД АМОРТИЗАЦІЙНОЇ ПОЛІТИКИ В РЕАЛІЯХ УКРАЇНСЬКОЇ ЕКОНОМІКИ

© 2015 РЕКОВА Н. Ю., ТАЛАН Г. О.

УДК 004.942 [336 (330.322) :330.142.211] (914)

### Рекова Н. Ю., Талан Г. О. Економіко-математична модель залежності інтенсивності припливу інвестицій від амортизаційної політики в реаліях української економіки

У статті досліджено, що податково-амортизаційна політика є одним із головних інструментів щодо забезпечення стимулювання інвестиційного розвитку української економіки. Визначено, що важливим інструментом податково-амортизаційної політики є прискорена амортизація, що є певним видом податкових пільг та ефективно використовується для стимулювання інвестиційного процесу у країнах світу, зокрема у високотехнологічних економіках, оскільки моральний знос основних фондів у бюджетотворюючих галузях цих країн значною мірою перевищує фізичний, і залучення інвестицій дозволяє активно оновлювати такі фонди. Розроблено та реалізовано на основі моделі Науса – Шапіро економіко-математичну модель залежності припливу інвестицій в економіку від застосування амортизаційних норм у реаліях української економіки. За результатами реалізації моделі визначено коефіцієнти амортизації, що за інших рівних умов максимізують обсяг інвестицій в економіку як загалом, так і в окремі її галузі.

**Ключові слова:** інвестиційна політика, амортизаційна політика, прискорена амортизація, модель Науса – Шапіро, економіко-математична модель, амортизаційні норми, коефіцієнти.

**Рис.:** 2. **Табл.:** 3. **Формул.:** 19. **Бібл.:** 8.

**Рекова Наталія Юріївна** – доктор економічних наук, професор, професор кафедри економіки підприємства, Донбаська державна машинобудівна академія (вул. Шкадінова, 72, Донецька обл., м. Краматорськ, 84313, Україна)

**E-mail:** nata-rekova@yandex.ru

**Талан Ганна Олександрівна** – кандидат економічних наук, асистент, кафедра обліку і аудиту, Донбаська державна машинобудівна академія (вул. Шкадінова, 72, Донецька обл., м. Краматорськ, 84313, Україна)

**E-mail:** talan-anna79@mail.ru

УДК 004.942 [336 (330.322) :330.142.211] (914)

### Рекова Н. Ю., Талан А. А. Экономико-математическая модель зависимости интенсивности притока инвестиций от амортизационной политики в реалиях украинской экономики

В статье исследовано, что налогово-амортизационная политика является одним из главных инструментов по обеспечению стимулирования инвестиционного развития украинской экономики. Определено, что важным инструментом налогово-амортизационной политики является ускоренная амортизация, которую относят к налоговым льготам и эффективно используют для стимулирования инвестиционного процесса в странах мира, в том числе в высокотехнологичных экономиках, поскольку моральный износ основных фондов в бюджетобразующих отраслях этих стран в значительной степени превышает физический, и привлечение инвестиций позволяет активно обновлять такие фонды. Разработана и реализована на основе модели Науса – Шапиро экономико-математическая модель зависимости притока инвестиций в экономику от применения амортизационных норм в реалиях украинской экономики. По результатам реализации модели определены коэффициенты амортизации, которые при прочих равных условиях максимизируют объем инвестиций в экономику как в целом, так и в отдельные ее отрасли.

**Ключевые слова:** инвестиционная политика, амортизационная политика, ускоренная амортизация, модель Науса – Шапиро, экономико-математическая модель, амортизационные нормы, коэффициенты.

**Рис.:** 2. **Табл.:** 3. **Формул.:** 19. **Библ.:** 8.

**Рекова Наталья Юрьевна** – доктор экономических наук, профессор, профессор кафедры экономики предприятия, Донбасская государственная машиностроительная академия (ул. Шкадинова, 72, Донецкая обл., г. Краматорск, 84313, Украина)

**E-mail:** nata-rekova@yandex.ru

**Талан Анна Александровна** – кандидат экономических наук, ассистент, кафедра учета и аудита, Донбасская государственная машиностроительная академия (ул. Шкадинова, 72, Донецкая обл., г. Краматорск, 84313, Украина)

**E-mail:** talan-anna79@mail.ru

UDC 004.942 [336 (330.322) :330.142.211] (914)

### Rekova N. Yu., Talan H. O. The Economic-Mathematical Model of Dependence of the Intensity of Investments Inflow from Depreciation Policy in the Realities of the Ukrainian Economy

In the article has been studied that taxation-depreciation policy is one of the main tools to ensure stimulation of investment development of the Ukrainian economy. It has been determined that an important tool for taxation-depreciation policy is accelerated depreciation, which belongs to the tax benefits and effectively use to stimulate investment in countries around the world, including in the high-tech economies, since moral depreciation of fixed assets in the budget-making industries of these countries significantly exceeds the physical, and attraction of investments allows to actively update such funds. Based on the Naus-Shapiro model, has been developed and implemented an economic-mathematical model of dependence of the investments inflow into the economy by applying depreciation regulations to the realities of the Ukrainian economy. On the results of implementation of the model, the depreciation coefficients have been determined, which ceteris paribus maximize the amount of investment in the economy as a whole as well as in the individual sectors of the economy.

**Key words:** investment policy, depreciation policy, accelerated depreciation, Naus-Shapiro model, economic-mathematical model, depreciation rules, coefficients.

**Pic.:** 2. **Tabl.:** 3. **Formulae:** 19. **Bibl.:** 8.

**Rekova Natalia Yu.** – Doctor of Science (Economics), Professor, Professor of the Department of Business Economy, Donbass State Academy of Machine Building (vul. Shkadinova, 72, Donetskaya obl., Kramatorsk, 84313, Ukraine)  
**E-mail:** nata-rekova@yandex.ru

**Talan Hanna O.** – Candidate of Sciences (Economics), Assistant, Department of Accounting and Auditing, Donbass State Academy of Machine Building (vul. Shkadinova, 72, Donetskaya obl., Kramatorsk, 84313, Ukraine)  
**E-mail:** talan-anna79@mail.ru

На сучасному етапі розвитку економіки України забезпечення стимулювання інвестиційного розвитку є важливим завданням, одними з головних інструментів реалізації якого є податкова та амортизаційна політика держави [1].

Одним з інструментів податково-амортизаційної політики, які можуть застосовуватися державою для стимулювання інвестиційного розвитку промисловості, є надання податкових пільг, зокрема, у вигляді прискореної амортизації [2]. У свою чергу, одним з головних

інструментів прискореної амортизації, що можуть регулюватись з боку держави, є визначення у відповідних нормативних актах методу прискореної амортизації активів [3].

З метою ефективного використання прискореної амортизації як податкової пільги розроблено та реалізовано економіко-математичну модель залежності припливу інвестицій в економіку від застосування амортизаційних норм, що, врешті, після вирішення оптимізаційної задачі, дозволило знайти коефіцієнти амортизації, що за інших рівних умов максимізують обсяг інвестицій в економіку загалом чи в окремі її галузі [4; 5].

Щодо економіко-математичного моделювання залежності припливу інвестицій в економіку від застосування амортизаційних норм, то слід відзначити, що К. Хаус і М. Шапіро у статті [6] розробили модель залежності приросту інвестицій, зокрема, від амортизаційних відрахувань. Аби з'ясувати, наскільки визначена ними законність підходить реаліям української економіки, доцільно принаймні частково відтворити логіку виводу авторів і проаналізувати припущення, за яких вони діяли.

К. Хаус і М. Шапіро посилаються на Д. Холла та Дж. Йоргенсона [7], які аналізують амортизаційні пільги, припускаючи, що підприємство відновлює поточну дисконтовану вартість цих відрахувань відразу, щойно вони вносяться. Нехай  $D_m(j)$  – функція амортизаційних відрахувань для  $m$ -го типу капіталу. Стала поточна дисконтована вартість цих відрахувань  $z_m(t)$  дорівнюватиме

$$z_m(t) = \sum_{j=1}^R \frac{D_m(j)}{(1+p)^j (1+r)^j}, \quad (1)$$

де  $p$  – індекс інфляції;  $r$  – реальна процентна ставка.

Інфляція зменшує вартість  $z_m$ , оскільки амортизаційні податкові пільги не індексуються на інфляцію.

Позначимо через  $\lambda_m(t)$  податкову пільгу у вигляді прискореної амортизації, що надається для  $m$ -го типу капіталу. За кожну гривню інвестицій у такий капітал підприємство відразу списує  $\lambda_m(t)$ , а те, що залишається  $(1 - \lambda_m(t))$ , амортизується відповідно до звичайного графіку амортизації. Поточна вартість амортизаційних пільг з урахуванням прискореної амортизації становитиме  $\lambda_m(t) + (1 - \lambda_m(t))z_m(t)$ . Під інвестиційною дотацією будемо розуміти величину коштів, що додатково з'явилася в розпорядженні підприємства після застосування прискореної амортизації та яку буде спрямовано на інвестиції. Тоді інвестиційні дотації для  $m$ -го типу капіталу  $\zeta_m(t)$  становитимуть

$$\zeta_m(t) = (1 - \tau_d) \tau_p (\lambda_m(t) + (1 - \lambda_m(t)) z_m(t)). \quad (2)$$

Відсоткова зміна в ціні після сплати податків у зв'язку з амортизаційною премією розраховується в такий спосіб:

$$\frac{d\zeta_m(t)}{1 - \zeta_m} = \frac{(1 - \tau) \tau^\pi (1 - z_m)}{1 - (1 - \tau_d) \tau^\pi z_m} \lambda_m(t), \quad (3)$$

де  $d\lambda_m(t) = \lambda_m(t)$  використовується як фіксована величина:  $\lambda_m(t) = 0$ , оскільки ці змінні для будь-якого заданого моменту часу мають стаціонарні значення.

Для основних фондів із дуже нетривалими періодами відновлення інвестиційна дотація є незначною. Для активу з терміном експлуатації п'ять років застосування прискореної амортизації зі ставкою 50% зменшує вартість інвестицій на 1,26% за умови номінальної процентної ставки у 5%. Таким чином, для більш тривалих періодів відновлення прискореної амортизації більшою мірою зменшує вартість інвестицій. Звернімо увагу на те, що використання активів з терміном експлуатації 20 років дозволяють отримати інвестиційну дотацію в розмірі приблизно 5% за наявності відрахувань за методом прискореної амортизації за ставкою 50%. Аби дотації були ефективними, підприємства мусять сплачувати принаймні якийсь податок на дохід. Доти, доки вони платять певний податок, величина дотації не залежить від структури капіталу.

Цілком можливо, що тимчасові інвестиційні дотації, змодельовані у статті К. Хауса та М. Шапіро, змінюватимуть відсоткову ставку, що спричинить зміну поточної вартості амортизаційних знижок. За припущення мінімової в часі відсоткової ставки нехай

$$z_m(t) = \sum_{j=1}^R \frac{D_m(j)}{\prod_{s=0}^{j-1} (1+p)(1+r(t+s))}, \quad (4)$$

де  $r_{t+s}$  – реальна процентна ставка, що змінюється протягом одного періоду. Зазначимо, що

$$\prod_{s=0}^{j-1} (1+r(t+s)) = \left(\frac{1}{\beta}\right)^j \left(\frac{C(t+j)}{C(t)}\right)^{\frac{1}{\sigma}}. \quad (5)$$

Отже, можна записати (5) таким чином:

$$z_m(t) C(t)^{\frac{1}{\sigma}} = \sum_{j=1}^R \frac{D_m(j)}{(1+p)^j} \beta^j C(t+j)^{\frac{1}{\sigma}}. \quad (6)$$

Якщо величина податкової амортизації  $D_m(j)$  змінюється досить повільно, тобто, якщо  $m$ -ий тип капіталу має досить тривалий період, протягом якого з нього сплачуються податки, а збурення змінних має тимчасовий характер,  $z_m(t) C(t)^{\frac{1}{\sigma}}$  можна наблизити до сталого значення  $z_m C^{\frac{1}{\sigma}}$ . У результаті:

$$dz_m(t) \approx z_m \frac{1}{\sigma} C(t). \quad (7)$$

Повний диференціал (2) відображає зміну величини податкових втрат держави від впровадження прискореної амортизації:

$$d\zeta_m(t) = (1 - \tau_d) \tau_p ((1 - z_m) \lambda_m(t) + dz_m). \quad (8)$$

Можна записати загальне співвідношення між інвестиціями та тимчасовою інвестиційною дотацією в термінах з урахуванням прискореної амортизації.

Якщо гранична корисність споживання нееластична й адитивно сепарабельна, то в наявності точна логарифмічно-лінійна залежність між інвестиціями, споживанням та величиною податкових втрат держави від впровадження прискореної амортизації.

Нехай  $u'(C(t)) = C(t)^{-\sigma}$ , де  $\sigma$  є еластичністю міжчасового заміщення на споживання. Позначимо через  $dv(t)$  відхилення змінної  $v(t)$  від її сталого значення  $v$ , і нехай відхилення у відсотках  $\tilde{v}(t)$  від його сталого значення, тобто,  $dv(t) = v(t) - v$  і  $\tilde{v}(t) = \frac{dv(t)}{v}$ . Тоді, використовуючи фіксованість  $q_m(t)$ , за наявності тимчасової податкової пільги можна записати:

$$I_m(t) = \frac{\xi \tau_p}{1 - \xi_m} d\zeta_m(t) + \frac{\xi}{\sigma} C(t), \quad (9)$$

де  $d\zeta_m(t)$  – відхилення величини інвестиційної дотації від її сталого значення  $\zeta_m$ .

Якщо податкова пільга не має сукупних ефектів:  $\tilde{C}(t) = 0$ , то еластичність інвестиційної пропозиції  $\xi_m$  може бути визначена безпосередньо на підставі змін інвестицій.

Підставляючи (7) у (8), можна записати (9) як

$$I_m(t) = \xi \frac{\tau_p(1-\tau_d)(1-z_m)}{1-\tau_p(1-\tau_d)z_m} \lambda_m(t) + \frac{\xi}{\sigma} \frac{1}{1-\tau_p(1-\tau_d)z_m} C(t). \quad (10)$$

**Б**удемо використовувати модель Хауса – Шапіро як базу. Проте, слід зазначити, що вона не враховує багатьох нюансів української економічної ситуації. До того ж, деякі припущення її авторів виглядають певною мірою сумнівними. Тому модель Хауса – Шапіро вимагає уточнення й адаптації.

Обмеження на отримання багатьох статистичних даних не дає змогу скористатися правою частиною рівняння (10). Утім, урахування інституційних умов національної економіки дозволяє стверджувати, що це можна зробити без суттєвої втрати значущості. У такому випадку (10) перетворюється на (11):

$$I_m(t) = \xi \frac{\tau_p(1-\tau_d)(1-z_m)}{1-\tau_p(1-\tau_d)z_m} \lambda_m(t), \quad (11)$$

де  $I_m(t)$  – обсяг інвестицій у  $m$ -ту галузь у момент  $t$ ;  
 $\tau_p$  – ставка податку на прибуток;  
 $\tau_d$  – ставка податку на дивіденди;  
 $\xi$  – еластичність інвестицій;  
 $\lambda_m(t)$  – амортизація для  $m$ -тої галузі в момент  $t$ ;  
 $z_m$  – сумарна за період дисконтована відносна амортизація з поправкою на інфляцію (коефіцієнт амортизації):

$$z_m = \sum_{t=T_0}^T \frac{D_m(t)}{(1+\pi)^t (1+r)^t}, \quad (12)$$

де  $D_m(t)$  – норма амортизації для  $m$ -тої галузі в  $t$ -й момент часу;

$\pi$  – коефіцієнт інфляції;

$r$  – ставка рефінансування Національного банку України (далі – НБУ);

$T_0$  – початковий момент часу;  $T$  – кінцевий момент часу.

**П**роте, залежність (2) так само не можна використовувати в такому вигляді, постає необхідність її певної адаптації до українських економічних умов, законодавства, принципів складання статистичної звітності. Так, зокрема, згідно з українським законодавством, прибуток із дивідендів включається по ставці податку з прибутку. Також практично неможливо простежити історію амортизації всіх капітальних фондів національної економіки (чи окремої галузі), тому для розрахунку  $z_m$  замість виразу (3) береться величина зносу фондів. Крім того, К. Хаус і М. Шапіро використовують усереднені значенні низки важливих показників: коефіцієнта еластичності інвестицій, величини зносу, ставки податку на дивіденди, величини інфляції, ставки рефінансування. Очевидно, що це нагадує «середню температуру по палаті» і не може бути прийнятним – їх логічно вважати змінними в часі.

Також є проблеми з рішенням К. Хауса та М. Шапіро щодо розмірності класичного рівняння: виходячи з його логіки, результуючою змінною мусить бути не абсолютний обсяг інвестицій, як у (17), а його нормування відносно вартості основних фондів (початкової чи кінцевої) або сума амортизації.

Автори класичної моделі використовують суму галузевих норм амортизації (вибраних зі шкали). Натомість пропонується, на наш погляд, більш обґрунтоване рішення: використання абсолютної чи відносної величини втрати вартості (різниця між початковою та кінцевою вартістю фондів або співвідношення між ними), зважаючи на те, що саме ця величина наявна в базі Державного комітету статистики України.

Оптимальний варіант розрахунку коефіцієнта еластичності (на підставі визначення еластичності) доцільно обирати з декількох прийнятних: класичного – внаслідок заміни диференціала різністю; логарифмічного – також виведеного з класичної формули; альтернативного, що являє співвідношення двох величин: у чисельнику – співвідношення приросту інвестицій до їх обсягу інвестицій, у знаменнику – співвідношення приросту обсягу реалізації продукції суб'єктами господарювання до обсягу реалізації продукції суб'єктами господарювання. На підставі розрахунку кореляцій кожного з цих показників з результуючим показником пропонується розраховувати коефіцієнт еластичності альтернативним способом, оскільки саме такий варіант дає найбільший коефіцієнт кореляції.

Прискорену амортизацію в Україні дозволено лише по двох групах товарів, та і для них її здебільшого не застосовують на практиці. Тому  $\lambda_m(t)$  береться тожко рівною 1 для всіх  $m$  і  $t$ .

Таким чином вираз (1) трансформується в (13):

$$I_m(t) = \xi_m(t) \left( 1 - \frac{1 - \tau_p(t)}{1 - \tau_p(t)z_m(t)} \right) (z_m(t) X_m(t)), \quad (13)$$

де  $X_m(t)$  – обсяг реалізації продукції  $m$ -тою галуззю в  $t$ -й момент часу.

Серед кількох варіантів розрахунку коефіцієнта еластичності: класичного (із заміною диференціала різністю); логарифмічного, що так само є наслідком класичної формули, й альтернативного:

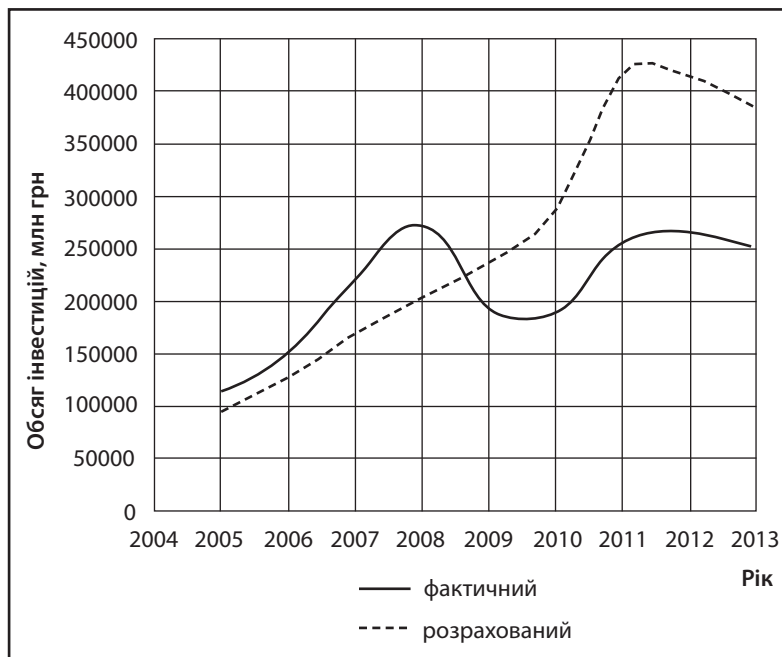
$$\xi_m(t) = \frac{\Delta I_m(t) / I_m(t)}{\Delta X_m(t) / X_m(t)} \quad (14)$$

було обрано останній на підставі того, що саме він дає найбільшу кореляцію з результируючим показником.

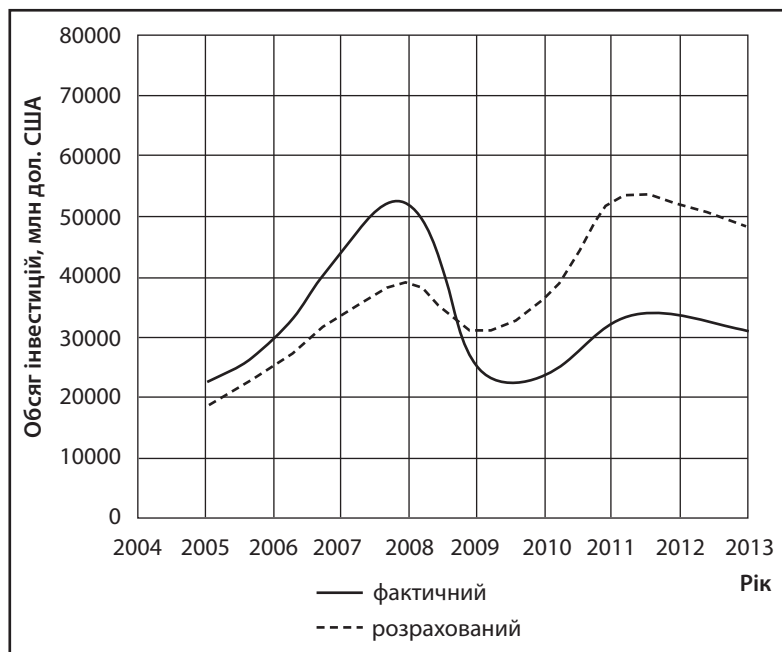
**Н**аявність численних екстерналій неекономічного характеру робить неможливим точний збіг фактичних обсягів інвестицій із отриманими за формулою (13), хоча доволі точно відтворює тенденції динаміки результируючого показника. На *рис. 1, рис. 2*

показано взаємне розташування зазначених величин у гривневому та доларовому вираженні, проведене на підставі розрахунків за формулами (13) та (14) статистичних даних по українській економіці (*табл. 1 – табл. 3*).

*Рис. 1, рис. 2* візуально підтверджують правильність вибору формули (13) для розрахунку обсягу інвестицій. На цій підставі аналітичний вираз (13) можна використати для розв'язання задачі оптимізації – знаходження екстремуму функції  $I_m(t)$  від  $z_m(t)$  – значення коефіцієнта амортизації, за якого значення  $I_m(t)$  є максимальним.



**Рис. 2.** Порівняння фактичної та розрахованої величини капітальних інвестицій в економіку України, млн дол. США



**Рис. 1.** Порівняння фактичної та розрахованої величини капітальних інвестицій в економіку України, млн грн



Таблиця 1

Вихідні статистичні дані для розрахунку оптимального обсягу амортизаційних відрахувань, грн

Рік	Ставка податку на прибуток	Вартість основних фондів		Амортизація	Знос	Обсяг реалізації	Фактичний обсяг інвестицій
		початкова	кінцева				
2004	0,25	1141069	587453	553616	0,485	294239	89314,195
2005	0,25	1276201	661565	614636	0,482	348841	111174,080
2006	0,25	1568890	774503	794387	0,506	413083	148972,312
2007	0,25	2047364	993346	1054018	0,515	537378	222678,865
2008	0,25	3149627	1251178	1898449	0,603	718941	272074,100
2009	0,25	3903714	1597416	2306298	0,591	591965	192878,000
2010	0,25	6648861	1731296	4917565	0,740	792899	189060,600
2011	0,235	7396952	1780059	5616893	0,759	1008313	259932,300
2012	0,21	9148017	2135987	7012030	0,767	1014907	263727,700
2013	0,19	10401324	2356962	8044362	0,773	1006281	247891,600

Таблиця 2

Вихідні статистичні дані для розрахунку оптимального обсягу амортизаційних відрахувань, дол. США

Рік	Курс \$/грн	Вартість основних фондів		Амортизація	Знос	Обсяг реалізації	Фактичний обсяг інвестицій
		початкова	кінцева				
2004	5,319	214519	110440	104079	0,485	55316	16791
2005	5,125	249029	129093	119936	0,482	68071	21694
2006	5,050	310671	153367	157304	0,506	81799	29499
2007	5,050	405419	196702	208716	0,515	106411	44095
2008	5,267	597970	237541	360429	0,603	136494	51654
2009	7,791	501041	205028	296013	0,591	75979	24756
2010	7,936	837852	218168	619684	0,740	99917	23824
2011	7,968	928379	223412	704967	0,759	126552	32624
2012	7,991	1144790	267299	877491	0,767	127006	33003
2013	7,993	1301304	294878	1006426	0,773	125895	31014

Таблиця 3

Коефіцієнти функції оптимального обсягу амортизаційних відрахувань

Рік	Еластичність інвестицій	$I_m(t)$	Розрахунковий обсяг інвестицій	
			у грн	у \$
2005	1,050	0,155	95079	18553
2006	1,132	0,160	127021	25153
2007	1,149	0,160	168601	33386
2008	0,913	0,107	202734	38490
2009	0,861	0,103	238339	30591
2010	0,732	0,058	287410	36218
2011	1,081	0,074	418015	52464
2012	1,008	0,059	413067	51692
2013	0,948	0,048	384898	48154

Рівняння (13) можна переписати таким чином:

$$I_m(t) = \xi_m(t) \frac{\tau_p(t)(1-z_m(t))}{1-\tau_p(t)z_m(t)} (z_m(t)X_m(t)) =$$

$$\xi_m(t) \left( 1 - \frac{1-\tau_p(t)}{1-\tau_p(t)z_m(t)} \right) (z_m(t)X_m(t)) =$$

$$= \xi_m(t) X_m(t) \left( \frac{1-\tau_p(t)z_m(t)-1+\tau_p(t)}{1-\tau_p(t)z_m(t)} z_m(t) \right);$$

$$I_m(t) = \xi_m(t) X_m(t) \left( \frac{\tau_p(t)z_m(t)(1-z_m(t))}{1-\tau_p(t)z_m(t)} \right).$$

Для зручності введемо такі позначення:

$$I_m(t) \Rightarrow y; z_m(t) \Rightarrow x; \xi_m(t) \Rightarrow \xi; X_m(t) \Rightarrow \Xi; \tau_p(t) = \tau.$$

Тоді остаточний вираз для  $y$  виглядатиме так:

$$y = \xi \Xi \left( \frac{\tau x(1-x)}{1-\tau_p(t)x} \right). \quad (16)$$

Похідна функції  $y$  дорівнюватиме:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \xi \Xi \left( \frac{(\tau x(1-x))' (1-\tau x) - \tau x(1-x)(1-\tau x)'}{(1-\tau x)^2} \right) =$$

$$= \xi \Xi \left( \frac{\tau(1-2x)(1-\tau x) + \tau^2 x(1-x)}{(1-\tau x)^2} \right);$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \xi \Xi \left( \frac{\tau - 2\tau x - \tau^2 x + 2\tau^2 x^2 + \tau^2 x - \tau^2 x^2}{(1-\tau x)^2} \right) a =$$

$$= \xi \Xi \tau \left( \frac{1-2x+\tau x^2}{(1-\tau x)^2} \right).$$

Необхідною умовою для екстремуму є виконання рівняння:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = 0 \Leftrightarrow \xi \Xi \tau \left( \frac{1-2x+\tau x^2}{(1-\tau x)^2} \right) = 0;$$

$$\xi > 0, \Xi > 0, 0 < \tau < 1, 0 < x < 1, 0 < 1-\tau x < 1;$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = 0 \Leftrightarrow 1-2x+\tau x^2 = 0.$$

Знайдемо корені останнього рівняння:

$$\tau x^2 - 2x + 1 = 0;$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-\tau}}{\tau}.$$

З умов  $\tau < 1$  (ставка податку менше за 100%) і  $x \leq 1$  (амортизація не може бути більше 100%) випливає, що рішення рівняння  $x = \frac{1+\sqrt{1-\tau}}{\tau}$ , яке, очевидно, перевищує 1, з економічних причин слід відкинути. Отже,

$$\hat{x} = \frac{1-\sqrt{1-\tau}}{\tau}. \quad (17)$$

Достатньою умовою того, що точка  $\hat{x}$  є максимумом функції  $y$  є від'ємне значення другої похідної  $y$  по  $x$  у точці  $\hat{x}$ . Друга похідна  $y$  виглядає таким чином:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \xi \Xi \tau \left( \frac{1-2x+\tau x^2}{(1-\tau x)^2} \right)' =$$

$$= \xi \Xi \tau \frac{-2(1-\tau x)^2 + 2\tau(1-2x+\tau x^2)}{(1-\tau x)^3} =$$

$$= 2\xi \Xi \tau \frac{\tau - 2\tau x + \tau^2 x^2 - 1 + 2\tau x - \tau^2 x^2}{(1-\tau x)^3}.$$

$$\text{Скорочуючи, отримуємо } \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -2\xi \Xi \tau \frac{1-\tau}{(1-\tau x)^3}.$$

У точці  $\hat{x}$  друга похідна приймає таке значення:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big|_{x=\frac{1-\sqrt{1-\tau}}{\tau}} = -2\xi \Xi \tau \frac{1-\tau}{\left(1-\tau \frac{1-\sqrt{1-\tau}}{\tau}\right)^3} =$$

$$= -2\xi \Xi \tau \frac{1-\tau}{\sqrt{(1-\tau)^3}} = -2\xi \Xi \frac{\tau}{\sqrt{1-\tau}},$$

т менше 1, тому  $-2\xi \Xi \frac{\tau}{\sqrt{1-\tau}} < 0$ , а значить і

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big|_{x=\frac{1-\sqrt{1-\tau}}{\tau}} < 0. \text{ А це означає, що в точці } \hat{x} \text{ функція}$$

у справді досягає максимуму:

$$\hat{x} = \frac{1-\sqrt{1-\tau}}{\tau} \rightarrow \max.$$

Знайдемо максимальну величину інвестицій:

$$I_m(t) \Big|_{z_m(t)=\frac{1-\sqrt{1-\tau_p(t)}}{\tau_p(t)}} =$$

$$= \xi_m(t) X_m(t) \left( \frac{\tau_p(t) \frac{1-\sqrt{1-\tau_p(t)}}{\tau_p(t)} \left( 1 - \frac{1-\sqrt{1-\tau_p(t)}}{\tau_p(t)} \right)}{1-\tau_p(t) \frac{1-\sqrt{1-\tau_p(t)}}{\tau_p(t)}} \right) =$$

$$= \xi_m(t) X_m(t) \left( \frac{\left( 1 - \sqrt{1-\tau_p(t)} \right) \left( 1 - \frac{1-\sqrt{1-\tau_p(t)}}{\tau_p(t)} \right)}{\sqrt{1-\tau_p(t)}} \right) =$$

$$= \xi_m(t) X_m(t) \left( \frac{1-\sqrt{1-\tau_p(t)}}{\sqrt{1-\tau_p(t)}} - \left( \frac{1}{\sqrt{1-\tau_p(t)}} - \frac{\sqrt{1-\tau_p(t)}}{\sqrt{1-\tau_p(t)}} \right) \frac{1-\sqrt{1-\tau_p(t)}}{\tau_p(t)} \right);$$

$$I_m(t) \Big|_{z_m(t) = \frac{1 - \sqrt{1 - \tau_p(t)}}{\tau_p(t)}} = \\ = \xi_m(t) X_m(t) \left( \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \tau_p(t)}} - 1 \right) - \left( - \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \tau_p(t)}} - 1 \right) \frac{1 - \sqrt{1 - \tau_p(t)}}{\tau_p(t)} \right) \right)$$

Таким чином:

$$\hat{z}_m(t) = \frac{1 - \sqrt{1 - \tau_p(t)}}{\tau_p(t)}, \quad (18)$$

при цьому оптимальна величина інвестицій дорівнюватиме:

$$I_m(t) \Big|_{z_m(t) = \hat{z}_m(t)} = \\ - \xi_m(t) X_m(t) \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \tau_p(t)}} - 1 \right) \left( 1 - \frac{1 - \sqrt{1 - \tau_p(t)}}{\tau_p(t)} \right). \quad (19)$$

## ВИСНОВКИ

Отримання виразу для оптимальної величини коефіцієнтів амортизації для кожної галузі дозволить коригувати державну амортизаційну політику та визначити галузі, для яких ефективним у плані інвестиційного розвитку буде застосування прискореної амортизації. Економіко-математичне моделювання залежності інтенсивності припливу інвестицій від амортизаційної політики дозволило розробити та реалізувати модель залежності припливу інвестицій в економіку від застосування амортизаційних норм.

На підставі результатів модельної реалізації залежності припливу інвестицій в економіку від застосування амортизаційних норм можна запропонувати рекомендації щодо забезпечення застосування інструментів податкової та амортизаційної політики держави з метою інтенсифікації інвестиційного розвитку промисловості [8]. ■

## ЛІТЕРАТУРА

1. **Парнюк В. О.** Амортизація як стимул до інвестування / В. О. Парнюк // Економіка і прогнозування. – 2011. – № 2. – С. 93 – 104.
2. **Рекова Н. Ю.** Інструменти регулювання інвестиційної діяльності в рамках податкової політики / Н. Ю. Рекова, Г. О. Талан // Економічний часопис-XXI. – 2014. – № 1-2 (2). – С. 12 – 15.
3. **Соколова О.** Амортизаційна політика в системі антикризового регулювання економіки / О. Соколова // Вісник Національної академії державного управління при Президентові України. – 2012. – Вип. 1. – С. 187 – 195.
4. **Овод Л. В.** Вплив амортизації основних засобів на види діяльності підприємства / Л. В. Овод // Вісник Хмельницького національного університету. Економічні науки. – 2013. – № 5, т. 1. – С. 241 – 244.
5. **Барткова Н. Н.** Амортизація основного капітала як елемент денежного потоку підприємства / Н. Н. Барткова, Э. Б. Са-

акова // Вестник НГУ. Серия: Социально-экономические науки. – 2010. – Т. 10. – Вып. 2. – С. 71 – 82.

6. **Haus C.** Temporary Investment Tax Incentives: Theory with Evidence from Bonus Depreciation / C. Haus, M. Shapiro // *American Economic Review*. – 2008. – No. 98(3). – P. 737 – 768.

7. **Hall R.** Tax policy and investment behavior / R. Hall, D. Jorgenson // *American Economic Review*. – 1967. – Vol. 57. – P. 391 – 404.

8. **Талан Г. О.** Реструктуризація регуляторної політики держави в умовах податкового реформування / Г. О. Талан // Розвиток економічних методів управління національною економікою та економікою підприємства : зб. наук. праць ДонДУУ. – Донецьк : ДонДУУ, 2012. – Т. XIII. – С. 319 – 324. – (Серія «Економіка», вип. 248).

## REFERENCES

Bartkova, N. N., and Saakova, E. B. "Amortizatsiia osnovnogo kapitala kak element denezhnogo potoka predpriiia" [Amortization of capital as part of the cash flow of the enterprise]. *Vestnik NGU. Serii "Sotsialno-ekonomicheskie nauki" vol. 10, no. 2* (2010): 71-82.

Haus, C., and Shapiro, M. "Temporary Investment Tax Incentives: Theory with Evidence from Bonus Depreciation". *American Economic Review*, no. 98 (3): 737-768.

Hall, R., and Jorgenson, D. "Tax policy and investment behavior". *American Economic Review*, vol. 57 (1967): 391-404.

Ovod, L. V. "Vplyv amortyzatsii osnovnykh zasobiv na vydy diialnosti pidpriemstva" [The impact of depreciation on the activities of the company]. *Visnyk Khmelnytskoho natsionalnoho universytetu. Ekonomichni nauky*, vol. 1, no. 5 (2013): 241-244.

Parniuk, V. O. "Amortyzatsiia iak stymul do investuvannia" [Depreciation as a stimulus to investment]. *Ekonomika i prohnozuвання*, no. 2 (2011): 93-104.

Rekova, N. Yu., and Talan, H. O. "Instrumenty rehuliuвання investytsiinoi diialnosti v ramkakh podatkovoi polityky" [Tools regulation of investment activities within the tax policy]. *Ekonomichniy chasopys-XXI*, no. 1-2 (2) (2014): 12-15.

Sokolova, O. "Amortyzatsiina polityka v systemi antykrizovoho rehuliuвання ekonomiky" [Depreciation policy crisis in the system of economic regulation]. *Visnyk Natsionalnoi akademii derzhavnoho upravlinnia pry Prezidentovi Ukrainy*, no. 1 (2012): 187-195.

Talan, H. O. "Restrukturnyatsiia rehuliatornoj polityky derzhavy v umovakh podatkovoho reformuvannia" [Restructuring of state regulatory policy in terms of tax reform]. *Rozvytok ekonomichnykh metodiv upravlinnia natsionalnoiu ekonomikoju ta ekonomikoju pidpriemstva. Serii "Ekonomika"*, vol. XIII, no. 248 (2012): 319-324.